

Proyecto Divisional DCNI

1. Algoritmos genéticos para resolver problemas en teoría de gráficas

2. Línea de investigación del Cuerpo Académico:

Teoría de las Gráficas y de Computación

3. Responsable del proyecto:

Dra. Mika Olsen

Participantes:

Dr. Jorge Cervantes Ojeda

Dr. Julián Alberto Fresán Figueroa

Dra. Maria del Carmen Gómez Fuentes

Dr. Diego Antonio González Moreno

Dr. Alejandro Lara Caballero

4. Orientación (se puede seleccionar más de una opción):

- Investigación básica (X)
- Investigación aplicada (X),
- Desarrollo o adaptación (X),
- Transferencia de tecnología (),
- Desarrollo de tecnología (),
- Otros (). Especificar: _____

5. Fecha de inicio y duración.

4 de enero 2021 con duración de 2 años

6. Propuesta:

a. Resumen (media cuartilla).

El proyecto se centra en resolver problemas específicos NP-completos en Teoría de las Gráficas usando heurísticas computacionales. Los algoritmos genéticos han mostrado ser especialmente eficientes para problemas NP-completos.

b. Antecedentes (máximo 2 cuartillas).

Vamos a desglosar los antecedentes de cada tema.

Dominación en gráficas

Sea $G(V, A)$ una gráfica de orden n . Un subconjunto D de V se llama dominante si todo vértice v de $V - D$ es vecino de un elemento de D . Al número mínimo de elementos de un conjunto dominante se le llama número de dominación de la gráfica y se denota como $Y(G)$. Dada una gráfica G el problema de optimización del conjunto dominante consiste en hallar un conjunto dominante D de tamaño mínimo. El problema de decisión asociado, dado k determinar si $Y(G) = k$, es un clásico problema NP-completo en la teoría de complejidad computacional (Garey y Johnson, 1979). Por lo tanto, se cree que no hay ningún algoritmo eficiente que encuentre un conjunto dominante mínimo para una gráfica dada. Por ello en este proyecto se buscará construir un algoritmo heurístico que encuentre un buen conjunto, cercano al mínimo, mediante técnicas de algoritmos genéticos.

Jaulas cúbicas

Una gráfica es *k-regular* si todos los vértices de la gráfica tienen grado k . El *cuello* de una gráfica es la longitud del ciclo más pequeño de la gráfica. Una $(k;g)$ -gráfica es una gráfica k -regular con cuello g . Una $(k;g)$ -jaula es una $(k;g)$ -gráfica con el menor número posible de vértices.

Erdős y Sachs [1] probaron en 1963 que para toda pareja de enteros k y g , con $k > 1$ y $g > 2$, existe un $(k;g)$ -gráfica y por lo tanto una $(k;g)$ -jaula. En este trabajo utilizamos $n(k;g)$ para denotar el número de vértices de una $(k;g)$ -jaula. El *problema de las $(k;g)$ -jaulas* consiste en encontrar el menor número posible de vértices tal que existe una gráfica k -regular con cuello g , es decir, el valor de $n(k;g)$. Este problema está abierto para casi todas las parejas de enteros k y g . En este proyecto de investigación proponemos mejorar la cota superior para el orden de una $(3;13)$ -jaula.

[1] P. Erdős & H. Sachs, *Reguläre Graphen gegebener Tailenweite mit minimaler Knotenzahl*, Wiss. Z. Uni. Halle (Math. Nat.) **12** (1963) 251-257.

Número dicromático en torneos:

Sea $D(V,F)$ una digráfica de orden n . Un subconjunto C de V es acíclico si la digráfica inducida por el conjunto C no tiene ciclos dirigidos. Una coloración de los vértices de una digráfica es una coloración acíclica si cada clase cromática es acíclica. El número dicromático de una digráfica D es el mínimo número de colores de una coloración acíclica de los vértices de D . Determinar si una digráfica tiene número dicromático r es un problema NP-completo (incluso para $r=2$). Se sabe que todo torneo de orden 6 es 2-dicromático y que existen solo 4 torneos de orden 7 que son 3-dicromáticos; todo torneo de orden 10 es 3-dicromático y existe un único torneos de orden 11 que es 4-dicromático; todo torneo de orden 16 es 4-dicromático y existe un torneo de orden 19 que es 5-dicromático. Por lo que el orden mínimo de un torneo 5-dicromático esta entre 17 y 19. Desde hace 30 años se conjeturó que existe un torneo 5-dicromático de orden 17 y la conjetura sigue abierto. Por ello en este proyecto se buscará construir

un algoritmo heurístico que encuentre un torneo 5-dicromático de orden 17 o 18, mediante técnicas de algoritmos genéticos.

c. Objetivo general y objetivos particulares.

El objetivo general es resolver 3 problemas de Teoría de las gráficas usando heurísticas computacionales.

Los objetivos particulares son:

Mejorar la cota superior del orden mínimo de un torneo 5-dicromático o en su caso determinar el número exacto de del orden mínimo de un torneo 5-dicromático usando algoritmos genéticos.

Mejorar la cota superior para el orden de una jaula cúbica (3;13)-jaula usando algoritmos genéticos.

Construir un algoritmo heurístico que encuentre conjuntos dominantes de orden chico (cercaos al orden mínimo), usando algoritmos genéticos,

d. Descripción, incluyendo hipótesis y metodología (máximo 2 cuartillas).

Los Algoritmos Genéticos (AG) pertenecen a la computación evolutiva y son considerados también una técnica de inteligencia artificial. Los AG se inspiran en la forma en la que los organismos biológicos han evolucionado sus genes para sobrevivir mejor ante las condiciones de su medio ambiente. En la naturaleza, aquellos organismos que tienen genes que les brindan características fisiológicas ventajosas ante su medio ambiente tienden a reproducirse más que los otros, y heredan sus genes a las generaciones futuras en mayor proporción. Los individuos que no son aptos terminan por extinguirse. Así, en un AG se hace evolucionar artificialmente a una población de soluciones de algún problema dado, con la esperanza de que el proceso evolutivo vaya mejorando dichas soluciones progresivamente.

Los algoritmos evolutivos se han aplicado a una amplia variedad de problemas de ingeniería [1] y también se han aplicado a problemas matemáticos. Por ejemplo, Jong y Spears [2] demostraron que los algoritmos genéticos (AG) se pueden usar para resolver problemas NP-Completo. En [3] aplicaron un AG a un problema de geometría y en [4] resolvieron ecuaciones algebraicas no lineales utilizando un AG. En este proyecto utilizaremos algoritmos genéticos para resolver problemas de teoría de gráficas de tipo NP-Completo, similar a lo publicado en [5]. En un algoritmo genético se tiene una población inicial de individuos en donde cada individuo representa una solución aproximada del problema. Cada individuo de la población se evalúa según una función de aptitud que mide la capacidad del individuo para resolver el problema. Una vez

evaluados los individuos, se obtiene la siguiente generación aplicando operadores genéticos a población actual. El cruzamiento entre individuos, la mutación de individuos y la selección de los individuos más aptos son los operadores más usados. Este procedimiento se repite hasta que se logre optimizar la función de aptitud o hasta que se alcance un número máximo de generaciones.

- [1] D. Dasgupta and Z. Michalewicz, *Evolutionary Algorithms in Engineering Applications*, Springer Science and BusinessMedia, 2013.
- [2] K. A. De Jong and W. M. Spears, "Using genetic algorithms to solve NP-complete problems," *International Computer Games Association*, pp. 124–132, 1989.
- [3] S. Jakobs, "On genetic algorithms for the packing of polygons," *European Journal of Operational Research*, vol. 88, no. 1, pp. 165–181, 1996.
- [4] A. Pourrajabian, R. Ebrahimi, M. Mirzaei, and M. Shams, "Applying genetic algorithms for solving nonlinear algebraic equations," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 219, no.24, pp. 11483–11494, 2013.
- [5] Cervantes-Ojeda J., Gómez-Fuentes M.C., González-Moreno D., Olsen M., (2019), Rainbow Connectivity Using a Rank Genetic Algorithm. *Journal of Applied Mathematics*, Volume 2019, 7 pages.

e. Formación de recursos humanos.

No se aplica

f. Impacto esperado del proyecto.

Generación de conocimientos nuevos y metodologías para problemas de optimización en Teoría de las Gráficas

7. Recursos necesarios para el proyecto:

a) Financiamiento e infraestructura física y humana actual en el proyecto.

El proyecto requiere sobretodo de alto poder computacional, para el cual el DMAS cuenta con la infraestructura adecuada. También requiere acceso a bibliografía en revistas científicas de prestigio, a los cuales tenemos acceso mediante la BIDI.

Por lo anterior considero que contamos con la infraestructura física mínima y la infraestructura humana necesaria para iniciar el proyecto.

b) Presupuesto calendarizado.

No se aplica.

c) Fuentes de financiamiento externas.

No se aplica.

8. Calendario de actividades en períodos trimestrales.

Trimestre 20O

Revisión bibliográfico, acercamiento entre los participantes del área de las matemáticas y del área de la computación para la comprensión de las matices de cada uno de los problemas. Se propone iniciar con la construcción del algoritmo genético para el problema del número dicromático.

Trimestre 20I

Implementación del algoritmo, ajustes y mejoras al algoritmo para acercarnos a un algoritmo que pueda mejorar la cota inferior para el orden de un torneo 5-dicromático. Inicio de la construcción del algoritmo genético que mejore la cota superior para para el orden de una (3,13)-jaula.

Trimestre 21P

En caso de que el algoritmo genético encontró un torneo 5-dicromático de orden 17 o 18 procedemos a redactar un artículo con los resultados obtenidos para publicación en una revista internacional, indezada y de prestigio en el área. Si ni, procedemos a realizar ajustes y mejoras al algoritmo. Implementación del algoritmo, ajustes y mejoras al algoritmo para acercarnos a un algoritmo que pueda mejorar la cota superior para el orden de una (3,13)-jaula.

Trimestre 21O

En caso de que el algoritmo genético encontró una (3,13)-jaula de orden menor a la cota superior conocida, procedemos a redactar un artículo con los resultados obtenidos para publicación en una revista internacional, indezada y de prestigio en el área. Si ni, procedemos a realizar ajustes y mejoras al algoritmo. Implementación del algoritmo heurístico, ajustes y mejoras al algoritmo para acercarnos a un algoritmo que encuentre un conjunto dominante de orden chico.

Trimestre 21I

En caso de que el algoritmo heurístico encontró encuentre un conjunto dominante de orden chico, procedemos a redactar un artículo con los resultados obtenidos para publicación en una revista internacional, indezada y de prestigio en el área. Si no, procedemos a realizar ajustes y mejoras al algoritmo.

Trimestre 22P

En los trimestres 21P, 21O y 21I, existe la posibilidad de atrasarnos un trimestre por posibles ajustes del algoritmo. El trimestre 22P, es para poder solventar estos posibles atrasos y para evaluación del proyecto por parte de los participantes.

9. Información para el seguimiento del proyecto:

1. Calendarización de productos esperados a lo largo del proyecto.

La propuesta del proyecto es trabajar simultáneamente los tres problemas.

Trimestre 20O: Sin productos acabados.

Trimestre 20I: Algoritmo genético para el problema del número dicromático.

Trimestre 21P: Artículo enviado acerca del número dicromático. Algoritmo genético para el problema de la (3,13)-jaula.

Trimestre 21O: Artículo enviado acerca de la (3,13)-jaula. Algoritmo genético para el problema de conjuntos dominantes.

Trimestre 21I: Artículo enviado acerca de conjuntos dominantes.

Trimestre 22P:

2. Resultados esperados, según sea el caso, en términos de conocimiento producido, productividad científica, desarrollo tecnológico, formación de recursos humanos e impacto, o cualquier otra que, a juicio del Responsable y de los participantes en el proyecto, sirva para realizar una adecuada evaluación de seguimiento.

Los resultados esperados son:

3 algoritmos genéticos para resolver los problemas propuestas.

3 artículos con los resultados los problemas propuestas.